IES LICEO
INSTITUTO DE EDUCACION SUPERIOR
MOLINO DEL ALTO No. 201 TEL 4871080099
FAX 4871080099
CIUDAD FERNANDEZ S.L.P

PLANEACION DE LA MATERIA CALCULO INTEGRAL Y DIFERENCIAL

DISCIPLINA PENSAMIENTO CIENTIFICO CON ENFASIS EN MATEMATICAS			
CALCULO DIFERENCIAL - INTEGRAL	DOCENTE: ING. NOHEMI TORRES MORENO	DURACION DE LA CLASE: 45 MIN	FECHA DE INICIO: 31 DE AGOSTO DE 2025
LUGAR: INSTITUTO DE EDUCACION SUPERIOR		ALUMNOS: ALUMNOS	
PERFIL: el perfil de egreso de los alumnos atiende a la especialidad de técnico en enfermería. (REGUALRES)		REQUISITOS DE INGRESO: administrativos definidos por la escuela, por disciplina, los conocimiento previos, el principio de conteo, propiedades de los signos, migración de lenguaje natural al algebraico.	
PROPOSITO DE LA MATERIA: El Cálculo es el entrenamiento militar de la abstracción predictiva. El propósito es que el alumno desarrolle la capacidad de alternar su mirada entre el microscopio (derivada) y el panorama general (integral) en cualquier fenómeno que estudie. Eso es pensamiento sistémico de alto nivel.			
OBJETIVO GENERAL: "Modelar matemáticamente el cambio y la acumulación en sistemas continuos, para predecir el comportamiento futuro de una variable a partir de su comportamiento presente, y viceversa."			
OBJETIVOS PARTICULARES: "Calcular la tasa de cambio instantánea de cualquier función en cualquier punto, utilizando el concepto de límite y la regla de derivación, e interpretar ese número como una pendiente (geometría), una velocidad (física) o una elasticidad (economía)."			
FUENTES BIBLIOGRAFICAS DE LA MATERIA:			

DESARROLLO DE COMPETENCIAS, CONSIGNAS Y SECUENCIAS DIDACTICAS				
COTENIDO TEMATICO BLOQUE I	ACTIVIDADES A DESARROLLAR	MATERIAL A UTILZAR	TECNICA GRUPAL	EVALUACIÓN
PRE CALCULO. FORMULA GENERAL NUMEROS IMAGINARIOS RADICALES Y POTENCIAS	A. DIAGNÓSTICO B. ANDAMIAJE COGNITIVO C. DESTRUCCIÓN DE MITOS D. PRÁCTICA GUIADA E. TRANSFERENCIA F. EVALUACIÓN FORMATIVA G. CIERRE DEL BLOQUE	BIBLIOGRAFIA SUGERIDA POR EL DOCENTE AVALADA POR LA INSTITUCIÓN. HERRAMIENTAS DIGITALES. CUADERNO DE TRABAJO	Fase 1 – Diagnóstico colaborativo Fase 2 – Construcción visual y verbal Fase 3 – Cacería de errores conceptuales Fase 4 – Práctica escalonada y tutoría entre pares Fase 5 – Aplicación a la vida real Fase 6 – Evaluación con autodiagnóstico Fase 7 – Cierre Meta cognitivo grupal	FORMATIVA Y ESCALONADA. EXPLORACIÓN DE CONOCIMIENTO 60% PARTICIPACIÓN 10% PROYECTOS 20% CUADERNO DE TRABAJO 10%

IES LICEO
INSTITUTO DE EDUCACION SUPERIOR
MOLINO DEL ALTO No. 201 TEL 4871080099
FAX 4871080099
CIUDAD FERNANDEZ S.L.P.

COMPONETE EDUCATIVO: PATRONES, SIMBOLIZACIÓN Y GENERALIDADES		
CONTENIDO	APRENDIZAJE ESPERADO	PRODUCTO ESPERADO
PRE CALCULO	IDENTIFICA LAS PARTES Y FORMULAS NECESARIAS SEGÚN EL PLANTEAMIENTO	USAR ESTRATEGIAS VARIACIONALES (COMPARAR, SERIAR, ESTIMAR) PARA DIFERENCIAR COMPORTAMIENTOS DERIVADOS E INTEGRADOS A UN PLANTEAMIENTO NO LINEAL

DESARROLLO DIDACTICO

DOSIFICACIÓN Y PLANEACIÓN DIDÁCTICA

ASIGNATURA: CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL (CON PRE-CÁLCULO)

SESIÓN 1: PRE-CÁLCULO: FÓRMULA GENERAL PARA ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO 6 HORAS ACTIVAS

INICIO DE ESTRATEGIA	DESARROLLO DE ESTRATEGIA	CONCLUSION DE ESTRATEGIA
• Recuperación de saberes previos sobre la estructura general de una ecuación cuadrática: $ax^2 + bx + c = 0$. • Planteamiento de una situación detonadora: comparación entre un método gráfico/factorización directa y la necesidad de un método universal cuando las raíces no son enteras. • Presentación formal de la fórmula general: $x = (-b \pm \sqrt{(b^2 - 4ac)}) / (2a)$.	• Identificación guiada de los coeficientes a, b y c (incluyendo manejo riguroso de signos negativos y coeficientes nulos/unitarios). • Análisis conceptual y algebraico del discriminante ($\Delta = b^2 - 4ac$) para predecir el número y tipo de soluciones (dos reales distintas, una real repetida, complejas/sin solución real). • Resolución modelada paso a paso de tres casos tipo en el pizarrón. • Práctica colaborativa en parejas con ejercicios de complejidad gradual orientados a la conexión con el cálculo (cálculo de raíces como puntos de corte con el eje x).	• Puesta en común de resultados y discusión plenaria sobre los errores algebraicos más frecuentes (errores en ley de signos al sustituir -b y en el término -4ac). • Vinculación explícita con el cálculo: cómo las raíces de una cuadrática representan las intersecciones con el eje horizontal de una parábola y su utilidad futura para encontrar puntos críticos e intervalos de integración. • Cierre metacognitivo breve mediante preguntas orales dirigidas.
ROL DOCENTE	**ROL DEL ALUMNO**	**PRODUCTO ESPERADO**
• Conduce la sesión mediante cuestionamiento socrático para identificar términos cuadrático, lineal e independiente. • Modela con claridad la jerarquía de operaciones dentro del radical. • Monitorea el trabajo en parejas, detectando sesgos procedimentales y brindando retroalimentación formativa inmediata.	• Analiza y extrae correctamente los valores numéricos con sus respectivos signos (a, b, c). • Sustituye de forma ordenada respetando signos de agrupación (paréntesis). • Calcula e interpreta el discriminante antes de resolver la raíz. • Trabaja cooperativamente en la resolución de los casos asignados y argumenta sus procedimientos.	• Hoja de trabajo resuelta con el desarrollo algebraico completo de la serie de ejercicios propuestos, incluyendo la identificación de coeficientes, cálculo del discriminante y obtención del conjunto solución (x_1, x_2).

• Enfatiza la interpretación gráfica de las raíces obtenidas.		

SESIÓN 2: PRE-CÁLCULO: POTENCIAS CON LA MISMA Y DIFERENTE BASE 6 HORAS ACTIVAS

INICIO DE ESTRATEGIA	DESARROLLO DE ESTRATEGIA	CONCLUSION DE ESTRATEGIA
• Activación de conocimientos previos sobre el significado de la potenciación como producto abreviado ($a^n = a \cdot a \cdots a$). • Planteamiento de retos de cálculo mental rápido para detonar la necesidad de simplificar expresiones (ej. ¿cómo simplificar $2^3 \cdot 2^4$ frente a $2^3 \cdot 3^2$?). • Declaración del propósito: dominar las leyes de los exponentes para manipular funciones algebraicas antes de aplicar reglas de derivación e integración (ej. reescribir $1/x^n = x^{-n}$ y $\sqrt[n]{(x^m)} = x^{\wedge}(m/n)$).	• Deducción y sistematización de leyes con la misma base: - Producto: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ - Cociente: $a^m / a^n = a^{m-n}$ - Potencia de potencia: $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ - Exponente cero y negativo: $a^0 = 1$, $a^{-n} = 1/a^n$ • Análisis de operaciones con diferente base: - Mismo exponente: $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$ y $a^n / b^n = (a / b)^n$ - Homologación de bases mediante descomposición factorial en números primos (ej. expresar $4^x \cdot 8^2$ en base 2). • Resolución guiada de ejercicios combinados de simplificación algebraica con complejidad gradual.	• Plenaria de socialización: resolución en pizarrón de los casos más complejos detectando errores habituales (ej. sumar bases en lugar de mantenerlas, o sumar exponentes en potencias de diferente base sin transformar). • Conexión directa con el cálculo: ejercicio de transformación de expresiones racionales y radicales a la forma $k \cdot x^n$ (forma estándar para aplicar la regla de la potencia $d/dx[x^n]$ y $\int x^n \, dx$). • Boleto de salida (exit ticket) con dos ejercicios breves de conversión/simplificación.
ROL DOCENTE	**ROL DEL ALUMNO**	**PRODUCTO ESPERADO**
• Facilita el andamiaje para que el estudiante deduzca las leyes en lugar de memorizarlas mecánicamente. • Modela con énfasis la descomposición en factores primos para igualar bases. • Circula por el aula interviniendo de manera formativa en dudas sobre exponentes fraccionarios y negativos. • Enfatiza la pulcritud y el rigor en el uso de paréntesis y signos negativos en exponentes.	• Participa activamente en la deducción de las propiedades a partir de expansiones numéricas. • Identifica cuándo es factible aplicar propiedades de igual base y cuándo se requiere factorización o manejo de bases distintas. • Resuelve de forma individual y colaborativa la serie de ejercicios propuesta, justificando cada paso algebraico con la ley correspondiente.	• Problemario / Taller práctico resuelto con simplificación de expresiones algebraicas que combinan misma base, diferente base y conversión de radicales/fracciones a potencias con exponente racional y negativo.

SESIÓN 3: PRE-CÁLCULO: NÚMEROS IMAGINARIOS Y COMPLEJOS 6 HORAS ACTIVAS

INICIO DE ESTRATEGIA	DESARROLLO DE ESTRATEGIA	CONCLUSION DE ESTRATEGIA
• Recuperación de saberes previos: resolución de $x^2 - 9 = 0$ frente al conflicto cognitivo de resolver $x^2 + 1 = 0$ o $x^2 + 9 = 0$ en el conjunto de los números reales $\mathbb{R}$.	• Análisis del comportamiento cíclico de las potencias enteras de la unidad imaginaria: $i^1 = i$, $i^2 = -1$, $i^3 = -i$, $i^4 = 1$, y deducción del algoritmo de simplificación mediante división del exponente entre 4 ($i^n = i^r$, con r como residuo).	• Plenaria de retroalimentación: identificación del error clásico de aplicar $\sqrt{(a)} \cdot \sqrt{(b)} = \sqrt{(a \cdot b)}$ con números negativos sin convertirlos previamente a términos de i (ej. $\sqrt{(-4)} \cdot \sqrt{(-9)} \neq \sqrt{36} = 6$, sino $2i \cdot 3i = 6i^2 = -6$).

• Planteamiento detonador: ¿Por qué en la fórmula general un discriminante negativo ($\Delta < 0$) se consideraba "sin solución", y qué ocurre si definimos una nueva unidad matemática? • Presentación formal de la unidad imaginaria: $i = \sqrt{(-1)}$, donde $i^2 = -1$.	• Modelado de la simplificación de radicales negativos: $\sqrt{(-a)} = \sqrt{(a)} \cdot i$ (ej. $\sqrt{(-25)} = 5i$, $\sqrt{(-12)} = 2\sqrt{3}\, i$). • Estructura del número complejo en forma binómica: $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). • Operaciones básicas guiadas: suma, resta y multiplicación aplicando la propiedad distributiva y la sustitución $i^2 = -1$. • Trabajo en binas para resolver ejercicios graduados.	• Vinculación con el cálculo: justificación de por qué en cálculo real el dominio de funciones como $f(x) = \sqrt{(g(x))}$ se restringe a $g(x) \geq 0$ (evitar valores imaginarios en el plano cartesiano real $\mathbb{R}^2$). • Síntesis conceptual en mapa mental o cuadro comparativo.
ROL DOCENTE	**ROL DEL ALUMNO**	**PRODUCTO ESPERADO**
• Conduce la problematización histórica y matemática de la necesidad de expandir los números reales al conjunto complejo $\mathbb{C}$. • Modela de forma clara el cálculo del residuo para potencias grandes de i y el manejo del conjugado/sustitución de i^2. • Supervisa la práctica guiada, corrigiendo de manera inmediata la manipulación incorrecta de raíces negativas. • Resalta la diferencia de trabajar en el plano real vs. plano complejo.	• Analiza el patrón cíclico de las potencias de i y formula el procedimiento de reducción por módulo 4. • Simplifica raíces cuadradas de números negativos expresándolas en términos de la unidad imaginaria. • Desarrolla sumas, restas y productos con binomios complejos de manera ordenada, aplicando correctamente la propiedad distributiva y $i^2 = -1$. • Participa en la discusión grupal compartiendo sus soluciones y dudas.	• Taller de ejercicios resuelto que incluya: 1. Simplificación de potencias elevadas de i. 2. Conversión de radicales negativos a múltiplos de i. 3. Operaciones fundamentales (suma, resta y multiplicación) de números complejos en forma binómica.

SESIÓN 4: CÁLCULO INTEGRAL: ÁREA BAJO LA CURVA 6 HORAS ACTIVAS 6 HORAS ACTIVAS

INICIO DE ESTRATEGIA	DESARROLLO DE ESTRATEGIA	CONCLUSION DE ESTRATEGIA
• Recuperación de conocimientos previos: cálculo del área de figuras geométricas regulares (rectángulos, triángulos, trapecios) en el plano cartesiano. • Pregunta detonadora: ¿Cómo calcular con exactitud el área bajo la gráfica de una curva irregular como $f(x) = x^2$ en el intervalo [0, 2] si no existe una fórmula geométrica directa? • Presentación del método de aproximación por rectángulos (Sumas de Riemann): concepto de partición homogénea $\Delta x = (b - a)/n$ y evaluación de alturas por extremos izquierdos, derechos o puntos medios.	• Modelado gráfico y numérico con $n = 4$ y $n = 8$ rectángulos inscritos y circunscritos bajo la curva $f(x)$ para evidenciar el error por defecto y por exceso. • Transición conceptual al límite: análisis de qué ocurre cuando el número de rectángulos tiende a infinito ($n \to \infty$) y el ancho de cada uno tiende a cero ($\Delta x \to 0$): $A = \lim_{(n\to\infty)} \Sigma\, f(x_i^*)\, \Delta x$. • Introducción formal de la notación de la integral definida de Riemann: $\int_a^b f(x)\, dx$. • Enunciado del Teorema Fundamental del Cálculo (evaluación mediante la antiderivada $F(b) - F(a)$). • Práctica colaborativa en parejas resolviendo el cálculo del área bajo funciones polinomiales simples delimitadas por el eje x y las rectas $x = a$, $x = b$.	• Plenaria de confrontación de resultados: comparación entre el valor aproximado obtenido mediante las sumas finitas de rectángulos y el valor exacto calculado con la integral definida. • Análisis de condiciones: qué ocurre si la función corta el eje x o queda por debajo de él (distinción conceptual entre "integral definida con signo" y "área geométrica absoluta"). • Cierre reflexivo: síntesis del significado del diferencial dx como la base infinitesimal del rectángulo y $f(x)$ como su altura.
ROL DOCENTE	**ROL DEL ALUMNO**	**PRODUCTO ESPERADO**

• Guía la construcción geométrica del concepto mediante representaciones visuales (pizarrón o software de geometría dinámica como GeoGebra). • Facilita la transición lógica de la sumatoria discreta Σ al operador continuo ∫. • Modela el procedimiento formal de integración definida, enfatizando la correcta aplicación de los límites de integración y la regla de Barrow. • Atiende dudas y corrige errores comunes de aritmética/signos durante la evaluación F(b) - F(a).	• Traza la región acotada en el plano cartesiano, identificando visualmente los límites del intervalo [a, b] y la curva f(x). • Calcula aproximaciones numéricas manuales mediante rectángulos para comprender la naturaleza del método de agotamiento. • Aplica las reglas básicas de integración para hallar la antiderivada y realiza las sustituciones numéricas en los límites superior e inferior. • Argumenta e interpreta la magnitud física/geométrica del resultado en unidades cuadradas (u^2).	• Guía de trabajo resuelta que contenga: 1. Bosquejo gráfico de la región acotada para cada problema. 2. Planteamiento formal de la integral definida con sus límites correspondientes. 3. Desarrollo analítico completo de la antiderivada, evaluación F(b) - F(a) y resultado expresado en u^2.

SESIÓN 5: PRE-CÁLCULO / CÁLCULO DIFERENCIAL: FUNCIONES Y SUS TIPOS (CRECIENTE, CONTINUA, ESCALONADA, ETC.) 6 HORAS ACTIVAS

INICIO DE ESTRATEGIA	DESARROLLO DE ESTRATEGIA	CONCLUSION DE ESTRATEGIA
• Recuperación de conocimientos previos: distinción entre relación y función; prueba de la recta vertical en el plano cartesiano. • Pregunta detonadora: ¿Cómo cambia el comportamiento de una magnitud física a lo largo del tiempo (ej. velocidad de un vehículo, cobro escalonado de un estacionamiento o llenado de un depósito)? • Declaración del propósito: clasificar analítica y gráficamente las funciones según su monotonía, continuidad y estructura algebraica para anticipar su derivabilidad e integrabilidad.	• Caracterización formal y gráfica de los principales tipos de funciones: - Monotonía: Funciones crecientes ($x_1 < x_2 \Longrightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$) y decrecientes ($x_1 < x_2 \Longrightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$). - Continuidad: Concepto intuitivo ("sin levantar el lápiz") y definición formal por límites en un punto x=c ($\lim x \to c\ f(x) = f(c)$); identificación de discontinuidades (evitable, de salto y asintótica). - Funciones especiales: Función escalonada (mayor entero $\lfloor x \rfloor$), valor absoluto $\lvert x \rvert$, funciones a trozos (piecewise), pares e impares. • Modelado guiado: análisis de dominio, rango, intervalos de crecimiento/decrecimiento y puntos de ruptura en gráficas muestra. • Trabajo colaborativo en binas: asociación de fichas gráficas con su ecuación algebraica y descripción de propiedades.	• Socialización y discusión plenaria: análisis de casos límite (ej. ¿una función escalonada es continua?, ¿dónde no es derivable una función continua como $\lvert x \rvert$?). • Conexión directa con el cálculo: - Creciente/decreciente ⟶ Criterio de la primera derivada ($f'(x) > 0$ o $f'(x) < 0$). - Continuidad ⟶ Condición indispensable para el Teorema del Valor Medio y la integrabilidad según Riemann. • Ticket de salida: clasificación rápida de 3 gráficas asignando sus propiedades de continuidad y monotonía.
ROL DOCENTE	**ROL DEL ALUMNO**	**PRODUCTO ESPERADO**
• Presenta representaciones gráficas dinámicas (pizarrón o GeoGebra) que contrastan curvas continuas vs. escalonadas. • Modela la lectura rigurosa de intervalos de izquierda a derecha sobre el eje horizontal (x).	• Identifica y distingue el tipo de función a partir de su gráfica y de su regla de correspondencia algebraica. • Determina formalmente intervalos donde una curva sube (crece), baja (decrece) o se mantiene constante.	• Ficha de trabajo / Catálogo analítico de funciones resuelto, que incluya: 1. Bosquejo gráfico de al menos 4 tipos de funciones (continua, discontinua/escalonada, creciente y a trozos). 2. Identificación explícita de dominio, rango e intervalos de monotonía para cada caso.

• Coordina la actividad de clasificación por equipos y aclara discrepancias en el manejo de intervalos abiertos y cerrados. • Enfatiza la relevancia de estos conceptos como prerrequisito conceptual de la derivada y la integral.	• Argumenta la presencia o ausencia de continuidad reconociendo saltos, huecos o asíntotas verticales. • Participa activamente en la resolución de los reactivos colaborativos y valida sus respuestas con sus compañeros.	3. Justificación matemática de la continuidad o tipo de discontinuidad presentada.

DISCIPLINA PENSAMIENTO CIENTIFICO CON ENFASIS EN MATEMATICAS			
CALCULO DIFERENCIAL - INTEGRAL	DOCENTE: ING. NOHEMI TORRES MORENO	DURACION DE LA CLASE: 45 MIN	FECHA DE INICIO: 31 DE AGOSTO DE 2025
LUGAR: INSTITUTO DE EDUCACION SUPERIOR		ALUMNOS: ALUMNOS	
PERFIL: el perfil de egreso de los alumnos atiende a la especialidad de técnico en enfermería. (REGUALRES)		REQUISITOS DE INGRESO: administrativos definidos por la escuela, por disciplina, los conocimiento previos, el principio de conteo, propiedades de los signos, migración de lenguaje natural al algebraico.	
PROPOSITO DE LA MATERIA: El Cálculo es el entrenamiento militar de la abstracción predictiva. El propósito es que el alumno desarrolle la capacidad de alternar su mirada entre el microscopio (derivada) y el panorama general (integral) en cualquier fenómeno que estudie. Eso es pensamiento sistémico de alto nivel.			
OBJETIVO GENERAL: "Modelar matemáticamente el cambio y la acumulación en sistemas continuos, para predecir el comportamiento futuro de una variable a partir de su comportamiento presente, y viceversa."			
OBJETIVOS PARTICULARES: "Calcular la tasa de cambio instantánea de cualquier función en cualquier punto, utilizando el concepto de límite y la regla de derivación, e interpretar ese número como una pendiente (geometría), una velocidad (física) o una elasticidad (economía)."			
FUENTES BIBLIOGRAFICAS DE LA MATERIA:			

DESARROLLO DE COMPETENCIAS, CONSIGNAS Y SECUENCIAS DIDACTICAS

COTENIDO TEMATICO BLOQUE II	ACTIVIDADES A DESARROLLAR	MATERIAL A UTILZAR	TECNICA GRUPAL	EVALUACIÓN
LA DERIVADA COMO BASE DE CONSTRUCTOS Y ANALISIS DE INFORMACIÓN	A. DIAGNÓSTICO B. ANDAMIAJE COGNITIVO C. DESTRUCCIÓN DE MITOS D. PRÁCTICA GUIADA E. TRANSFERENCIA F. EVALUACIÓN FORMATIVA G. CIERRE DEL BLOQUE	BIBLIOGRAFIA SUGERIDA POR EL DOCENTE AVALADA POR LA INSTITUCIÓN. HERRAMIENTAS DIGITALES. CUADERNO DE TRABAJO	Fase 1 – Diagnóstico colaborativo Fase 2 – Construcción visual y verbal Fase 3 – Cacería de errores conceptuales Fase 4 – Práctica escalonada y tutoría entre pares Fase 5 – Aplicación a la vida real Fase 6 – Evaluación con autodiagnóstico Fase 7 – Cierre Meta cognitivo grupal	FORMATIVA Y ESCALONADA. EXPLORACIÓN DE CONOCIMIENTO 60% PARTICIPACIÓN 10% PROYECTOS 20% CUADERNO DE TRABAJO 10%

COMPONETE EDUCATIVO: PATRONES, SIMBOLIZACIÓN Y GENERALIDADES		
CONTENIDO	APRENDIZAJE ESPERADO	PRODUCTO ESPERADO
CALCULO DIFERENCIAL	IDENTIFICA LAS PARTES Y FORMULAS NECESARIAS SEGÚN EL PLANTEAMIENTO	USAR ESTRATEGIAS VARIACIONALES (COMPARAR, SERIAR, ESTIMAR) PARA DIFERENCIAR COMPORTAMIENTOS DERIVADOS E INTEGRADOS A UN PLANTEAMIENTO NO LINEAL

DESARROLLO DIDACTICO

DOSIFICACIÓN Y PLANEACIÓN DIDÁCTICA

ASIGNATURA: CÁLCULO DIFERENCIAL

BLOQUE: OPERACIONES FUNDAMENTALES CON DERIVADAS

SECUENCIA DIDÁCTICA: CONCEPTO DE LA DERIVADA Y RAZÓN DE CAMBIO INSTANTÁNEA (6 HORAS CLASE)

INICIO DE ESTRATEGIA	DESARROLLO DE ESTRATEGIA	CONCLUSION DE ESTRATEGIA
• Recuperación de saberes previos: cálculo de la pendiente de una recta secante que pasa por dos puntos dados ($m = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$). • Situación detonadora (el problema del cambio instantáneo): ¿Cuál es la diferencia entre la velocidad promedio de un móvil durante un recorrido y la velocidad instantánea marcada por el velocímetro en un segundo exacto? • Visualización geométrica: aproximación de un punto móvil Q(x+h, f(x+h)) hacia un punto fijo P(x, f(x)) a medida que el incremento $h \to 0$, transformando la recta secante en tangente.	• Construcción analítica del cociente de diferencias y deducción formal de la derivada mediante el límite de los cuatro pasos: $f'(x) = \lim_{h\to 0} [f(x+h) - f(x)] / h$. • Modelado guiado paso a paso con una función lineal ($f(x) = mx + b$) y una cuadrática simple ($f(x) = x^2$ o $f(x) = 2x^2 - 3x$), haciendo énfasis en la expansión algebraica y la cancelación de la indeterminación 0/0. • Presentación de las diversas notaciones matemáticas (f'(x), df/dx, y', D_x y). • Trabajo práctico en parejas para calcular analíticamente la pendiente de la recta tangente a una curva en un punto específico (x_0, y_0).	• Plenaria de socialización: resolución en el pizarrón de un ejercicio tipo y análisis del significado físico y geométrico del resultado (tasa de variación instantánea vs. inclinación de la recta tangente). • Reflexión sobre la operatividad del método: discusión sobre lo laborioso del método formal por definición (límite de 4 pasos) y la necesidad de deducir teoremas/reglas directas de derivación para agilizar cálculos futuros. • Ejercicio de cierre (ticket de salida): interpretación conceptual de una gráfica identificando puntos donde la derivada es positiva, negativa o cero (recta tangente horizontal).
ROL DOCENTE	**ROL DEL ALUMNO**	**PRODUCTO ESPERADO**
• Conduce la transición geométrica de la recta secante a la recta tangente utilizando representaciones visuales dinámicas (pizarrón o GeoGebra). • Desglosa y modela con precisión algebraica el método de los cuatro pasos, enfatizando el desarrollo correcto del binomio $(x+h)^2$ y la factorización del factor h en el numerador. • Monitorea el trabajo en equipos, resolviendo dudas algebraicas y guiando la interpretación conceptual de la derivada como una razón de cambio. • Promueve la participación activa y valida los argumentos de los estudiantes durante la plenaria.	• Participa activamente en la discusión conceptual vinculando la noción de cambio promedio con el cambio instantáneo. • Aplica de manera rigurosa los cuatro pasos algebraicos: evaluar f(x+h), restar f(x), dividir entre h y evaluar el límite cuando $h \to 0$. • Traza en el plano cartesiano la curva y la recta tangente obtenida, comprobando visualmente el valor y signo de la pendiente calculada. • Trabaja colaborativamente argumentando sus procedimientos y corrigiendo posibles errores algebraicos.	• Problemario estructurado que contenga: 1. Obtención formal de la derivada por definición (límite de 4 pasos) para al menos dos funciones algebraicas. 2. Cálculo numérico de la pendiente de la recta tangente en un punto dado. 3. Bosquejo gráfico que ilustre la curva, el punto de tangencia y la recta tangente correspondiente con su ecuación punto-pendiente ($y - y_1 = m(x - x_1)$).

SECUENCIA DIDÁCTICA: SUMA DE DERIVADAS (LINEALIDAD EN LA ADICIÓN) (6 HORAS CLASE)

INICIO DE ESTRATEGIA	DESARROLLO DE ESTRATEGIA	CONCLUSION DE ESTRATEGIA
• Recuperación de conocimientos previos: regla de la potencia para derivar un monomio simple ($d/dx[x^n] = n \cdot x^{n-1}$) y la regla de la constante ($d/dx[c] = 0$). • Pregunta detonadora: Si ya sabemos derivar términos individuales como x^3, $5x^2$ o $-4x$, ¿cómo se comporta la derivada de una función compuesta por la combinación de varios de ellos, como $f(x) = x^3 + 5x^2 - 4x + 7$? • Justificación teórica rápida a partir de la propiedad de linealidad de los límites: el límite de una suma es igual a la suma de los límites.	• Enunciado y demostración conceptual del teorema de la suma de funciones: $d/dx[f(x) + g(x)] = d/dx[f(x)] + d/dx[g(x)] = f'(x) + g'(x)$. • Combinación con la regla del factor constante: $d/dx[c \cdot f(x)] = c \cdot f'(x)$. • Modelado guiado de derivación de polinomios término a término con dificultad ascendente: 1. Polinomios enteros estándar. 2. Funciones que requieren reescritura previa de términos con exponentes negativos o fraccionarios (ej. $f(x) = 3x^4 - 2/x^2 + \sqrt{x}$). • Práctica colaborativa en parejas resolviendo una batería de ejercicios de derivación término a término.	• Plenaria de retroalimentación: detección de errores comunes (olvidar cambiar el signo del exponente al subir una variable del denominador o asumir erróneamente que la derivada de un producto/cociente se comporta igual que la suma). • Vinculación con aplicaciones prácticas: obtención de la función de velocidad $v(t) = s'(t)$ y aceleración $a(t) = v'(t)$ a partir de una función de posición polinomial de un móvil. • Boleto de salida (exit ticket): derivar una función polinomial mixta de 3 términos de forma individual en 3 minutos.
ROL DOCENTE	**ROL DEL ALUMNO**	**PRODUCTO ESPERADO**
• Explica el teorema de la suma apoyándose en las propiedades de linealidad de los límites para fundamentar la regla. • Modela en el pizarrón la técnica de "preparar la función" (reescribir raíces como potencias racionales y fracciones algebraicas con potencias negativas) antes de derivar término a término. • Supervisa activamente el trabajo en parejas, haciendo énfasis en la correcta simplificación de los resultados finales. • Coordina el cierre grupal verificando que quede clara la diferencia entre derivar una suma y derivar otras operaciones.	• Reconoce cuándo una función polinomial o algebraica compleja puede descomponerse en la suma de términos independientes. • Reescribe algebraicamente expresiones con radicales o variables en el denominador a su forma potencial $k \cdot x^n$. • Aplica de manera ordenada y precisa la derivada término a término, respetando signos y operaciones aritméticas de coeficientes. • Socializa y contrasta sus resultados con sus compañeros en el aula.	• Hoja de trabajo resuelta que incluya el cálculo analítico paso a paso de la derivada para funciones polinomiales y algebraicas combinadas (incluyendo raíces y fracciones), mostrando claramente la etapa de reescritura, derivación y simplificación final.

SECUENCIA DIDÁCTICA: RESTA DE DERIVADAS (LINEALIDAD Y CONTROL DE SIGNOS) (6 HORAS CLASE)

INICIO DE ESTRATEGIA	DESARROLLO DE ESTRATEGIA	CONCLUSION DE ESTRATEGIA
• Recuperación de conocimientos previos: regla de la potencia ($d/dx[x^n] = n \cdot x^{n-1}$) y la propiedad de linealidad revisada en la suma de derivadas. • Pregunta detonadora y conflicto cognitivo: ¿Qué precauciones algebraicas adicionales debemos tener al derivar una resta frente a una suma, en especial cuando el término que resta incluye coeficientes negativos, radicales o signos de agrupación? (ej. $f(x) - g(x)$ frente a $f(x) - (-3x^2)$). • Declaración del propósito: consolidar el operador diferencial como un operador lineal aplicable a diferencias de funciones algebraicas, prestando especial atención al control de signos y signos de agrupación.	• Enunciado formal del teorema de la diferencia de funciones a partir del límite de la resta: $d/dx[u(x) - v(x)] = d/dx[u(x)] - d/dx[v(x)] = u'(x) - v'(x)$. • Análisis de la combinación con el factor constante negativo: $d/dx[-c \cdot f(x)] = -c \cdot f'(x)$. • Modelado guiado paso a paso de casos críticos: 1. Polinomios con sustracción directa: $f(x) = 5x^3 - 4x^2 - 8x - 12$. 2. Restas que involucran términos fraccionarios y radicales que demandan reescritura previa: $f(x) = 7x^2 - 3/x^4 - 2\sqrt[3]{x}$. 3. Funciones agrupadas entre paréntesis donde el signo negativo afecta a un bloque de términos: $h(x) = (3x^2 + 5x) - (x^3 - 2x^2 + 7)$. • Práctica colaborativa en parejas con ejercicios graduados de menor a mayor complejidad.	• Plenaria de retroalimentación: identificación colectiva de los errores más comunes (confundir el signo de la resta con el signo del coeficiente al derivar potencias negativas, por ejemplo: derivar $-1/x^2 = -x^{-2}$, cuya derivada es $-(-2)x^{-3} = +2x^{-3}$). • Vinculación con problemas contextuales de variación: cálculo de la tasa de cambio de utilidades netas definida como Ingresos menos Costos ($U(x) = I(x) - C(x)$ y su derivada marginal $U'(x) = I'(x) - C'(x)$). • Boleto de salida (exit ticket): resolución individual de un ejercicio de resta con exponente negativo y radical en 3 minutos.
ROL DOCENTE	**ROL DEL ALUMNO**	**PRODUCTO ESPERADO**
• Conduce la sesión enfatizando el rigor en la ley de signos y el empleo de paréntesis auxiliares para evitar omisiones de signos negativos. • Modela en el pizarrón la estrategia en tres etapas: 1) reescribir la expresión, 2) derivar término a término conservando los signos, y 3) simplificar algebraicamente. • Circula por las bancas supervisando la manipulación de exponentes negativos durante la resta y ofreciendo retroalimentación inmediata. • Modera la discusión plenaria orientando la aplicación económica/física de la diferencia marginal.	• Identifica y separa con claridad los términos que componen la resta antes de proceder al cálculo formal. • Aplica de manera rigurosa las leyes de los signos, en particular al multiplicar signos negativos por derivadas con coeficientes negativos. • Reescribe términos racionales o radicales a potencias con signo adecuado antes de operar. • Colabora con su compañero de bina discutiendo los procedimientos y corrigiendo discrepancias de signos en sus desarrollos.	• Taller práctico resuelto con desarrollos analíticos completos de derivadas de diferencias de funciones, mostrando de forma explícita: 1. Reescritura algebraica de cada término. 2. Aplicación paso a paso de la regla de la resta con uso de paréntesis protectores. 3. Simplificación final con exponentes positivos y notación de radicales.

SECUENCIA DIDÁCTICA: MULTIPLICACIÓN DE DERIVADAS (REGLA DEL PRODUCTO) (6 HORAS CLASE)

INICIO DE ESTRATEGIA	DESARROLLO DE ESTRATEGIA	CONCLUSION DE ESTRATEGIA
• Recuperación de conocimientos previos: derivadas de monomios y polinomios por reglas básicas ($d/dx[x^n]$ y linealidad de suma/resta). • Conflicto cognitivo detonador (la falacia de Leibniz): plantear la función $f(x) = x^2 \cdot x^3 = x^5$, cuya derivada es $5x^4$. Contrastar con la idea intuitiva de "derivar cada factor y multiplicarlos": $(2x) \cdot (3x^2) = 6x^3 \neq 5x^4$. • Pregunta generadora: ¿Por qué la derivada de un producto de funciones NO es simplemente el producto de sus derivadas? • Justificación geométrica intuitiva: el incremento del área de un rectángulo con lados variables u(x) y v(x), donde el cambio de área se descompone en $u \cdot \Delta v + v \cdot \Delta u$.	• Enunciado formal del teorema de la derivada de un producto de funciones: $d/dx[u \cdot v] = u \cdot (dv/dx) + v \cdot (du/dx) = u \cdot v' + v \cdot u'$ ("el primero por la derivada del segundo más el segundo por la derivada del primero"). • Demostración del algoritmo sistemático en 4 pasos auxiliares: 1. Identificar u y v. 2. Calcular por separado sus derivadas u' y v'. 3. Ensamblar la fórmula: $u \cdot v' + v \cdot u'$. 4. Desarrollar productos y reducir términos semejantes. • Modelado guiado de ejercicios con dificultad progresiva: - Producto de polinomios: $f(x) = (3x^2 - 2)(5x^3 + 4x)$. - Factores algebraicos combinados con radicales/fracciones: $g(x) = (x^2 + 1)\sqrt{x}$. • Práctica colaborativa en parejas resolviendo ejercicios estructurados.	• Plenaria de socialización: resolución de un caso en el pizarrón comparando la aplicación de la regla del producto frente a la alternativa de expandir primero algebraicamente el binomio y luego derivar término a término, comprobando que ambos métodos convergen al mismo resultado. • Reflexión de cierre: discusión sobre cuándo es indispensable usar la regla del producto (ej. cuando en temas posteriores se combinen funciones algebraicas con trascendentes como $x^2 \cdot e^x$ o $(2x+1)\text{sen}(x)$ donde no se puede expandir algebraicamente). • Boleto de salida (exit ticket): derivar $f(x) = (2x - 3)(x^2 + 4)$ aplicando la fórmula del producto y entregarlo resuelto.
ROL DOCENTE	**ROL DEL ALUMNO**	**PRODUCTO ESPERADO**
• Desmonta la concepción errónea inicial mediante el contraejemplo guiado en el pizarrón. • Enseña y modela una metodología visual de organización en cuadrícula o columnas para identificar u, v, u', v' antes de ensamblar la regla. • Circula entre las filas atendiendo dudas en la reducción de términos semejantes tras la multiplicación. • Enfatiza el cuidado con la propiedad distributiva y el respeto a los signos al agrupar términos.	• Reconoce la imposibilidad de derivar factores de manera aislada y memoriza comprensivamente la estructura de la regla del producto. • Desglosa organizadamente cada factor asignando las variables u y v, y determina con precisión sus respectivas derivadas parciales. • Ensambla la regla respetando los signos de agrupación y realiza la reducción de términos semejantes de forma limpia. • Trabaja cooperativamente en su bina, revisando los desarrollos algebraicos de su compañero.	• Problemario / Ficha de trabajo resuelta que incluya el cálculo de derivadas de productos de funciones algebraicas, evidenciando: 1. Declaración explícita de u, v, u', v'. 2. Planteamiento de la fórmula de derivación. 3. Desarrollo algebraico paso a paso y reducción a la mínima expresión.

SECUENCIA DIDÁCTICA: DIVISIÓN DE DERIVADAS (REGLA DEL COCIENTE) (6 HORAS CLASE)

INICIO DE ESTRATEGIA	DESARROLLO DE ESTRATEGIA	CONCLUSION DE ESTRATEGIA
• Recuperación de saberes previos: derivada de monomios ($d/dx[x^n]$), regla del factor constante y la estructura de la regla del producto aprendida en la sesión anterior. • Conflicto cognitivo detonador: plantear la función racional $f(x) = x^5 / x^2 = x^3$, cuya derivada directa es $3x^2$. Contrastar con la idea intuitiva de "derivar numerador y denominador por separado": $(5x^4) / (2x) = (5/2)x^3 \neq 3x^2$. • Pregunta generadora: ¿Por qué la derivada de un cociente de funciones NO equivale al cociente de sus derivadas y por qué el orden de los términos en el numerador resulta crítico?	• Enunciado formal del teorema de la derivada de un cociente de funciones: $d/dx[u / v] = [v \cdot (du/dx) - u \cdot (dv/dx)] / v^2 = [v \cdot u' - u \cdot v'] / v^2$ ("el denominador por la derivada del numerador, menos el numerador por la derivada del denominador, todo sobre el denominador al cuadrado"). • Demostración del método de organización estructurado: 1. Identificar con claridad el numerador u(x) y el denominador v(x). 2. Calcular por separado sus derivadas u'(x) y v'(x). 3. Ensamblar la fórmula protegiendo el término que resta con paréntesis: $[u \cdot v']$. 4. Desarrollar y simplificar únicamente el numerador, dejando el denominador factorizado como v^2. • Modelado guiado de ejercicios graduados: - Cocientes polinomiales simples: $f(x) = (2x + 5) / (3x - 1)$. - Cocientes con términos cuadráticos y constantes: $g(x) = (x^2 - 4) / (x^2 + 1)$. • Práctica colaborativa en parejas resolviendo casos tipo.	• Plenaria de socialización: resolución en el pizarrón de un ejercicio tipo evidenciando los dos errores algebraicos más comunes: 1. Invertir el orden de la resta en el numerador (u'v - uv' en lugar de v u' - u v'), lo que altera el signo del resultado. 2. La tentación errónea de cancelar indebidamente términos del denominador con partes no factorizadas del numerador. • Recomendación práctica de cálculo: enfatizar la conveniencia de no expandir el binomio al cuadrado del denominador salvo que sea estrictamente necesario para una cancelación por factorización. • Boleto de salida (exit ticket): derivar $f(x) = x / (x + 2)$ en 3 minutos y entregar el desarrollo simplificado.
ROL DOCENTE	**ROL DEL ALUMNO**	**PRODUCTO ESPERADO**
• Desmonta el error conceptual inicial mediante el contraejemplo guiado en el pizarrón. • Enseña una disposición tabular para registrar u, v, u' y v' antes de la sustitución analítica. • Insiste rigurosamente en el uso de corchetes o paréntesis para el sustraendo $[u \cdot v']$ con el fin de evitar errores de signo. • Circula por el aula ofreciendo retroalimentación inmediata sobre la simplificación algebraica del numerador y desaconsejando expansiones innecesarias en el denominador.	• Comprende la estructura asimétrica de la regla del cociente debido al signo negativo de la sustracción. • Identifica y separa de forma sistemática el numerador u y el denominador v, determinando correctamente sus derivadas individuales. • Sustituye en la fórmula protegiendo los productos con signos de agrupación y distribuye correctamente el signo negativo. • Simplifica el numerador agrupando términos semejantes y mantiene el denominador en su forma cuadrática factorizada. • Trabaja de forma colaborativa cotejando procedimientos y resultados con su compañero de bina.	• Taller / Problemario resuelto con derivadas de funciones racionales algebraicas, que evidencie: 1. Determinación explícita de u, v, u' y v'. 2. Sustitución rigurosa en la fórmula de la derivada del cociente. 3. Desarrollo algebraico del numerador, reducción de términos semejantes y presentación del resultado final con el denominador como potencia cuadrada.

DISCIPLINA PENSAMIENTO CIENTIFICO CON ENFASIS EN MATEMATICAS			
CALCULO DIFERENCIAL - INTEGRAL	DOCENTE: ING. NOHEMI TORRES MORENO	DURACION DE LA CLASE: 45 MIN	FECHA DE INICIO: 31 DE AGOSTO DE 2025
LUGAR: INSTITUTO DE EDUCACION SUPERIOR		ALUMNOS: ALUMNOS	
PERFIL: el perfil de egreso de los alumnos atiende a la especialidad de técnico en enfermería. (REGUALRES)		REQUISITOS DE INGRESO: administrativos definidos por la escuela, por disciplina, los conocimiento previos, el principio de conteo, propiedades de los signos, migración de lenguaje natural al algebraico.	
PROPOSITO DE LA MATERIA: El Cálculo es el entrenamiento militar de la abstracción predictiva. El propósito es que el alumno desarrolle la capacidad de alternar su mirada entre el microscopio (derivada) y el panorama general (integral) en cualquier fenómeno que estudie. Eso es pensamiento sistémico de alto nivel.			
OBJETIVO GENERAL: "Modelar matemáticamente el cambio y la acumulación en sistemas continuos, para predecir el comportamiento futuro de una variable a partir de su comportamiento presente, y viceversa."			
OBJETIVOS PARTICULARES: "Calcular la tasa de cambio instantánea de cualquier función en cualquier punto, utilizando el concepto de límite y la regla de derivación, e interpretar ese número como una pendiente (geometría), una velocidad (física) o una elasticidad (economía)."			
FUENTES BIBLIOGRAFICAS DE LA MATERIA:			

DESARROLLO DE COMPETENCIAS, CONSIGNAS Y SECUENCIAS DIDACTICAS				
COTENIDO TEMATICO BLOQUE III	ACTIVIDADES A DESARROLLAR	MATERIAL A UTILZAR	TECNICA GRUPAL	EVALUACIÓN
LA INTEGRAL COMO RESULTADO DE ANTITESIS DE LA DIFERENCIAL	A. DIAGNÓSTICO B. ANDAMIAJE COGNITIVO C. DESTRUCCIÓN DE MITOS D. PRÁCTICA GUIADA E. TRANSFERENCIA F. EVALUACIÓN FORMATIVA G. CIERRE DEL BLOQUE	BIBLIOGRAFIA SUGERIDA POR EL DOCENTE AVALADA POR LA INSTITUCIÓN. HERRAMIENTAS DIGITALES. CUADERNO DE TRABAJO	Fase 1 – Diagnóstico colaborativo Fase 2 – Construcción visual y verbal Fase 3 – Cacería de errores conceptuales Fase 4 – Práctica escalonada y tutoría entre pares Fase 5 – Aplicación a la vida real Fase 6 – Evaluación con autodiagnóstico Fase 7 – Cierre Meta cognitivo grupal	FORMATIVA Y ESCALONADA. EXPLORACIÓN DE CONOCIMIENTO 60% PARTICIPACIÓN 10% PROYECTOS 20% CUADERNO DE TRABAJO 10%

COMPONETE EDUCATIVO: PATRONES, SIMBOLIZACIÓN Y GENERALIDADES		
CONTENIDO	APRENDIZAJE ESPERADO	PRODUCTO ESPERADO
CALCULO INTEGRAL	IDENTIFICA LAS PARTES Y FORMULAS NECESARIAS SEGÚN EL PLANTEAMIENTO	USAR ESTRATEGIAS VARIACIONALES (COMPARAR, SERIAR, ESTIMAR) PARA DIFERENCIAR COMPORTAMIENTOS DERIVADOS E INTEGRADOS A UN PLANTEAMIENTO NO LINEAL
DESARROLLO DIDACTICO		

DOSIFICACIÓN Y PLANEACIÓN DIDÁCTICA

ASIGNATURA: CÁLCULO DIFERENCIAL

BLOQUE: OPERACIONES FUNDAMENTALES CON DERIVADAS

SECUENCIA DIDÁCTICA: CONCEPTO DE LA DERIVADA Y RAZÓN DE CAMBIO INSTANTÁNEA (5 SESIONES)

INICIO DE ESTRATEGIA	DESARROLLO DE ESTRATEGIA	CONCLUSION DE ESTRATEGIA
• Recuperación de saberes previos: cálculo de la pendiente de una recta secante que pasa por dos puntos dados ($m = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$). • Situación detonadora (el problema del cambio instantáneo): ¿Cuál es la diferencia entre la velocidad promedio de un móvil durante un recorrido y la velocidad instantánea marcada por el velocímetro en un segundo exacto? • Visualización geométrica: aproximación de un punto móvil Q(x+h, f(x+h)) hacia un punto fijo P(x, f(x)) a medida que el incremento $h \to 0$, transformando la recta secante en tangente.	• Construcción analítica del cociente de diferencias y deducción formal de la derivada mediante el límite de los cuatro pasos: $f'(x) = \lim (h \to 0) [f(x+h) - f(x)] / h$. • Modelado guiado paso a paso con una función lineal ($f(x) = mx + b$) y una cuadrática simple ($f(x) = x^2$ o $f(x) = 2x^2 - 3x$), haciendo énfasis en la expansión algebraica y la cancelación de la indeterminación 0/0. • Presentación de las diversas notaciones matemáticas ($f'(x)$, df/dx, y', $D_x y$). • Trabajo práctico en parejas para calcular analíticamente la pendiente de la recta tangente a una curva en un punto específico (x_0, y_0).	• Plenaria de socialización: resolución en el pizarrón de un ejercicio tipo y análisis del significado físico y geométrico del resultado (tasa de variación instantánea vs. inclinación de la recta tangente). • Reflexión sobre la operatividad del método: discusión sobre lo laborioso del método formal por definición (límite de 4 pasos) y la necesidad de deducir teoremas/reglas directas de derivación para agilizar cálculos futuros. • Ejercicio de cierre (ticket de salida): interpretación conceptual de una gráfica identificando puntos donde la derivada es positiva, negativa o cero (recta tangente horizontal).
ROL DOCENTE	**ROL DEL ALUMNO**	**PRODUCTO ESPERADO**
• Conduce la transición geométrica de la recta secante a la recta tangente utilizando representaciones visuales dinámicas (pizarrón o GeoGebra). • Desglosa y modela con precisión algebraica el método de los cuatro pasos, enfatizando el desarrollo correcto del binomio $(x+h)^2$ y la factorización del factor h en el numerador. • Monitorea el trabajo en equipos, resolviendo dudas algebraicas y guiando la interpretación conceptual de la derivada como una razón de cambio. • Promueve la participación activa y valida los argumentos de los estudiantes durante la plenaria.	• Participa activamente en la discusión conceptual vinculando la noción de cambio promedio con el cambio instantáneo. • Aplica de manera rigurosa los cuatro pasos algebraicos: evaluar f(x+h), restar f(x), dividir entre h y evaluar el límite cuando $h \to 0$. • Traza en el plano cartesiano la curva y la recta tangente obtenida, comprobando visualmente el valor y signo de la pendiente calculada. • Trabaja colaborativamente argumentando sus procedimientos y corrigiendo posibles errores algebraicos.	• Problemario estructurado que contenga: 1. Obtención formal de la derivada por definición (límite de 4 pasos) para al menos dos funciones algebraicas. 2. Cálculo numérico de la pendiente de la recta tangente en un punto dado. 3. Bosquejo gráfico que ilustre la curva, el punto de tangencia y la recta tangente correspondiente con su ecuación punto-pendiente ($y - y_1 = m(x - x_1)$).

SECUENCIA DIDÁCTICA: SUMA DE DERIVADAS (LINEALIDAD EN LA ADICIÓN) (5 SESIONES)

INICIO DE ESTRATEGIA	DESARROLLO DE ESTRATEGIA	CONCLUSION DE ESTRATEGIA

• Recuperación de conocimientos previos: regla de la potencia para derivar un monomio simple ($d/dx[x^n] = n \cdot x^{n-1}$) y la regla de la constante ($d/dx[c] = 0$). • Pregunta detonadora: Si ya sabemos derivar términos individuales como x^3, $5x^2$ o $-4x$, ¿cómo se comporta la derivada de una función compuesta por la combinación de varios de ellos, como $f(x) = x^3 + 5x^2 - 4x + 7$? • Justificación teórica rápida a partir de la propiedad de linealidad de los límites: el límite de una suma es igual a la suma de los límites.	• Enunciado y demostración conceptual del teorema de la suma de funciones: $d/dx[f(x) + g(x)] = d/dx[f(x)] + d/dx[g(x)] = f'(x) + g'(x)$. • Combinación con la regla del factor constante: $d/dx[c \cdot f(x)] = c \cdot f'(x)$. • Modelado guiado de derivación de polinomios término a término con dificultad ascendente: 1. Polinomios enteros estándar. 2. Funciones que requieren reescritura previa de términos con exponentes negativos o fraccionarios (ej. $f(x) = 3x^4 - 2/x^2 + \sqrt{x}$). • Práctica colaborativa en parejas resolviendo una batería de ejercicios de derivación término a término.	• Plenaria de retroalimentación: detección de errores comunes (olvidar cambiar el signo del exponente al subir una variable del denominador o asumir erróneamente que la derivada de un producto/cociente se comporta igual que la suma). • Vinculación con aplicaciones prácticas: obtención de la función de velocidad $v(t) = s'(t)$ y aceleración $a(t) = v'(t)$ a partir de una función de posición polinomial de un móvil. • Boleto de salida (exit ticket): derivar una función polinomial mixta de 3 términos de forma individual en 3 minutos.
ROL DOCENTE	**ROL DEL ALUMNO**	**PRODUCTO ESPERADO**
• Explica el teorema de la suma apoyándose en las propiedades de linealidad de los límites para fundamentar la regla. • Modela en el pizarrón la técnica de "preparar la función" (reescribir raíces como potencias racionales y fracciones algebraicas con potencias negativas) antes de derivar término a término. • Supervisa activamente el trabajo en parejas, haciendo énfasis en la correcta simplificación de los resultados finales. • Coordina el cierre grupal verificando que quede clara la diferencia entre derivar una suma y derivar otras operaciones.	• Reconoce cuándo una función polinomial o algebraica compleja puede descomponerse en la suma de términos independientes. • Reescribe algebraicamente expresiones con radicales o variables en el denominador a su forma potencial $k \cdot x^n$. • Aplica de manera ordenada y precisa la derivada término a término, respetando signos y operaciones aritméticas de coeficientes. • Socializa y contrasta sus resultados con sus compañeros en el aula.	• Hoja de trabajo resuelta que incluya el cálculo analítico paso a paso de la derivada para funciones polinomiales y algebraicas combinadas (incluyendo raíces y fracciones), mostrando claramente la etapa de reescritura, derivación y simplificación final.

SECUENCIA DIDÁCTICA: RESTA DE DERIVADAS (LINEALIDAD Y CONTROL DE SIGNOS) (5 SESIONES)

INICIO DE ESTRATEGIA	DESARROLLO DE ESTRATEGIA	CONCLUSION DE ESTRATEGIA
• Recuperación de conocimientos previos: regla de la potencia ($d/dx[x^n] = n \cdot x^{n-1}$) y la propiedad de linealidad revisada en la suma de derivadas. • Pregunta detonadora y conflicto cognitivo: ¿Qué precauciones algebraicas adicionales debemos tener al derivar una resta frente a una suma, en especial cuando el término que resta incluye coeficientes negativos, radicales o signos de agrupación? (ej. $f(x) - g(x)$ frente a $f(x) - (-3x^2)$).	• Enunciado formal del teorema de la diferencia de funciones a partir del límite de la resta: $d/dx[u(x) - v(x)] = d/dx[u(x)] - d/dx[v(x)] = u'(x) - v'(x)$. • Análisis de la combinación con el factor constante negativo: $d/dx[-c \cdot f(x)] = -c \cdot f'(x)$. • Modelado guiado paso a paso de casos críticos: 1. Polinomios con sustracción directa: $f(x) = 5x^3 - 4x^2 - 8x - 12$. 2. Restas que involucran términos fraccionarios y	• Plenaria de retroalimentación: identificación colectiva de los errores más comunes (confundir el signo de la resta con el signo del coeficiente al derivar potencias negativas, por ejemplo: derivar $-1/x^2 = -x^{-2}$, cuya derivada es $-(-2)x^{-3} = +2x^{-3}$). • Vinculación con problemas contextuales de variación: cálculo de la tasa de cambio de utilidades netas definida como Ingresos menos Costos ($U(x) = I(x) - C(x)$ y su derivada marginal $U'(x) = I'(x) - C'(x)$).

• Declaración del propósito: consolidar el operador diferencial como un operador lineal aplicable a diferencias de funciones algebraicas, prestando especial atención al control de signos y signos de agrupación.	radicales que demandan reescritura previa: $f(x) = 7x^2 - 3/x^4 - 2\sqrt[3]{x}$. 3. Funciones agrupadas entre paréntesis donde el signo negativo afecta a un bloque de términos: $h(x) = (3x^2 + 5x) - (x^3 - 2x^2 + 7)$. • Práctica colaborativa en parejas con ejercicios graduados de menor a mayor complejidad.	• Boleto de salida (exit ticket): resolución individual de un ejercicio de resta con exponente negativo y radical en 3 minutos.
ROL DOCENTE	**ROL DEL ALUMNO**	**PRODUCTO ESPERADO**
• Conduce la sesión enfatizando el rigor en la ley de signos y el empleo de paréntesis auxiliares para evitar omisiones de signos negativos. • Modela en el pizarrón la estrategia en tres etapas: 1) reescribir la expresión, 2) derivar término a término conservando los signos, y 3) simplificar algebraicamente. • Circula por las bancas supervisando la manipulación de exponentes negativos durante la resta y ofreciendo retroalimentación inmediata. • Modera la discusión plenaria orientando la aplicación económica/física de la diferencia marginal.	• Identifica y separa con claridad los términos que componen la resta antes de proceder al cálculo formal. • Aplica de manera rigurosa las leyes de los signos, en particular al multiplicar signos negativos por derivadas con coeficientes negativos. • Reescribe términos racionales o radicales a potencias con signo adecuado antes de operar. • Colabora con su compañero de bina discutiendo los procedimientos y corrigiendo discrepancias de signos en sus desarrollos.	• Taller práctico resuelto con desarrollos analíticos completos de derivadas de diferencias de funciones, mostrando de forma explícita: 1. Reescritura algebraica de cada término. 2. Aplicación paso a paso de la regla de la resta con uso de paréntesis protectores. 3. Simplificación final con exponentes positivos y notación de radicales.

SECUENCIA DIDÁCTICA: MULTIPLICACIÓN DE DERIVADAS (REGLA DEL PRODUCTO) (5 SESIONES)

INICIO DE ESTRATEGIA	DESARROLLO DE ESTRATEGIA	CONCLUSION DE ESTRATEGIA
• Recuperación de conocimientos previos: derivadas de monomios y polinomios por reglas básicas ($d/dx[x^n]$ y linealidad de suma/resta). • Conflicto cognitivo detonador (la falacia de Leibniz): plantear la función $f(x) = x^2 \cdot x^3 = x^5$, cuya derivada es $5x^4$. Contrastar con la idea intuitiva de "derivar cada factor y multiplicarlos": $(2x) \cdot (3x^2) = 6x^3 \neq 5x^4$. • Pregunta generadora: ¿Por qué la derivada de un producto de funciones NO es simplemente el producto de sus derivadas? • Justificación geométrica intuitiva: el incremento del área de un rectángulo con lados variables u(x) y v(x), donde el cambio de área se descompone en $u \cdot \Delta v + v \cdot \Delta u$.	• Enunciado formal del teorema de la derivada de un producto de funciones: $d/dx[u \cdot v] = u \cdot (dv/dx) + v \cdot (du/dx) = u \cdot v' + v \cdot u'$ ("el primero por la derivada del segundo más el segundo por la derivada del primero"). • Demostración del algoritmo sistemático en 4 pasos auxiliares: 1. Identificar u y v. 2. Calcular por separado sus derivadas u' y v'. 3. Ensamblar la fórmula: $u \cdot v' + v \cdot u'$. 4. Desarrollar productos y reducir términos semejantes. • Modelado guiado de ejercicios con dificultad progresiva: - Producto de polinomios: $f(x) = (3x^2 - 2)(5x^3 + 4x)$. - Factores algebraicos combinados con radicales/fracciones: $g(x) = (x^2 + 1)\sqrt{x}$. • Práctica colaborativa en parejas resolviendo ejercicios estructurados.	• Plenaria de socialización: resolución de un caso en el pizarrón comparando la aplicación de la regla del producto frente a la alternativa de expandir primero algebraicamente el binomio y luego derivar término a término, comprobando que ambos métodos convergen al mismo resultado. • Reflexión de cierre: discusión sobre cuándo es indispensable usar la regla del producto (ej. cuando en temas posteriores se combinen funciones algebraicas con trascendentes como $x^2 \cdot e^x$ o $(2x+1)\text{sen}(x)$ donde no se puede expandir algebraicamente). • Boleto de salida (exit ticket): derivar $f(x) = (2x - 3)(x^2 + 4)$ aplicando la fórmula del producto y entregarlo resuelto.

ROL DOCENTE	ROL DEL ALUMNO	PRODUCTO ESPERADO
• Desmonta la concepción errónea inicial mediante el contraejemplo guiado en el pizarrón. • Enseña y modela una metodología visual de organización en cuadrícula o columnas para identificar u, v, u', v' antes de ensamblar la regla. • Circula entre las filas atendiendo dudas en la reducción de términos semejantes tras la multiplicación. • Enfatiza el cuidado con la propiedad distributiva y el respeto a los signos al agrupar términos.	• Reconoce la imposibilidad de derivar factores de manera aislada y memoriza comprensivamente la estructura de la regla del producto. • Desglosa organizadamente cada factor asignando las variables u y v, y determina con precisión sus respectivas derivadas parciales. • Ensambla la regla respetando los signos de agrupación y realiza la reducción de términos semejantes de forma limpia. • Trabaja cooperativamente en su bina, revisando los desarrollos algebraicos de su compañero.	• Problemario / Ficha de trabajo resuelta que incluya el cálculo de derivadas de productos de funciones algebraicas, evidenciando: 1. Declaración explícita de u, v, u', v'. 2. Planteamiento de la fórmula de derivación. 3. Desarrollo algebraico paso a paso y reducción a la mínima expresión.

SECUENCIA DIDÁCTICA: DIVISIÓN DE DERIVADAS (REGLA DEL COCIENTE) (5 SESIONES)

INICIO DE ESTRATEGIA	DESARROLLO DE ESTRATEGIA	CONCLUSION DE ESTRATEGIA
• Recuperación de saberes previos: derivada de monomios ($d/dx[x^n]$), regla del factor constante y la estructura de la regla del producto aprendida en la sesión anterior. • Conflicto cognitivo detonador: plantear la función racional $f(x) = x^5 / x^2 = x^3$, cuya derivada directa es $3x^2$. Contrastar con la idea intuitiva de "derivar numerador y denominador por separado": $(5x^4) / (2x) = (5/2)x^3 \neq 3x^2$. • Pregunta generadora: ¿Por qué la derivada de un cociente de funciones NO equivale al cociente de sus derivadas y por qué el orden de los términos en el numerador resulta crítico?	• Enunciado formal del teorema de la derivada de un cociente de funciones: $d/dx[u / v] = [v \cdot (du/dx) - u \cdot (dv/dx)] / v^2 = [v \cdot u' - u \cdot v'] / v^2$ ("el denominador por la derivada del numerador, menos el numerador por la derivada del denominador, todo sobre el denominador al cuadrado"). • Demostración del método de organización estructurado: 1. Identificar con claridad el numerador u(x) y el denominador v(x). 2. Calcular por separado sus derivadas u'(x) y v'(x). 3. Ensamblar la fórmula protegiendo el término que resta con paréntesis: $[u \cdot v']$. 4. Desarrollar y simplificar únicamente el numerador, dejando el denominador factorizado como v^2. • Modelado guiado de ejercicios graduados: - Cocientes polinomiales simples: $f(x) = (2x + 5) / (3x - 1)$. - Cocientes con términos cuadráticos y constantes: $g(x) = (x^2 - 4) / (x^2 + 1)$. • Práctica colaborativa en parejas resolviendo casos tipo.	• Plenaria de socialización: resolución en el pizarrón de un ejercicio tipo evidenciando los dos errores algebraicos más comunes: 1. Invertir el orden de la resta en el numerador (u'v - uv' en lugar de v u' - u v'), lo que altera el signo del resultado. 2. La tentación errónea de cancelar indebidamente términos del denominador con partes no factorizadas del numerador. • Recomendación práctica de cálculo: enfatizar la conveniencia de no expandir el binomio al cuadrado del denominador salvo que sea estrictamente necesario para una cancelación por factorización. • Boleto de salida (exit ticket): derivar $f(x) = x / (x + 2)$ en 3 minutos y entregar el desarrollo simplificado.

ROL DOCENTE	ROL DEL ALUMNO	PRODUCTO ESPERADO
• Desmonta el error conceptual inicial mediante el contraejemplo guiado en el pizarrón.	• Comprende la estructura asimétrica de la regla del cociente debido al signo negativo de la sustracción.	• Taller / Problemario resuelto con derivadas de funciones racionales algebraicas, que evidencie:

• Enseña una disposición tabular para registrar u, v, u' y v' antes de la sustitución analítica. • Insiste rigurosamente en el uso de corchetes o paréntesis para el sustraendo [u · v'] con el fin de evitar errores de signo. • Circula por el aula ofreciendo retroalimentación inmediata sobre la simplificación algebraica del numerador y desaconsejando expansiones innecesarias en el denominador.	• Identifica y separa de forma sistemática el numerador u y el denominador v, determinando correctamente sus derivadas individuales. • Sustituye en la fórmula protegiendo los productos con signos de agrupación y distribuye correctamente el signo negativo. • Simplifica el numerador agrupando términos semejantes y mantiene el denominador en su forma cuadrática factorizada. • Trabaja de forma colaborativa cotejando procedimientos y resultados con su compañero de bina.	1. Determinación explícita de u, v, u' y v'. 2. Sustitución rigurosa en la fórmula de la derivada del cociente. 3. Desarrollo algebraico del numerador, reducción de términos semejantes y presentación del resultado final con el denominador como potencia cuadrada.